با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی هشتم
فصل چهارم

عنوان فصل: جبر و معادله

از صفحه‌ی ۵۱ تا صفحه‌ی ۶۸ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل جبر و معادله آمده است.

مباحث فصل: ساده‌کردن عبارت‌های جبری، پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری، تجزیه‌ی عبارت‌های جبری، معادله

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۵۲ · فعالیت — مرور توان و عبارت جبری ۴

۲ صفحه ۵۲ · فعالیت — الگوی عددی با عبارت جبری ۴

۳ صفحه ۵۲ · فعالیت — شکل nام با چوب‌کبریت ۵

۴ صفحه ۵۳ · کار در کلاس — ضرب عدد در پرانتز و جمله‌های متشابه ... ۵

۵ صفحه ۵۳ · فعالیت — ضرب جمله در جمله و جمله در پرانتز ... ۶

۶ صفحه ۵۴ · کار در کلاس — ساده کردن عبارت‌ها ۷

۷ صفحه ۵۵ · تمرین — جمله‌ی nام و ضرب پرانتز ۸

۸ صفحه ۵۶ · فعالیت — ماشین عددساز ۹

۹ صفحه ۵۷ · کار در کلاس — جدول ورودی و خروجی ۹

۱۰ صفحه ۵۷ · فعالیت — عدد زوج و عبارت جبری ۱۰

۱۱ صفحه ۵۸ · فعالیت — زوج بودن عبارت‌های جبری ۱۰

۱۲ صفحه ۵۸ · کار در کلاس — زوج × فرد و نمایش عدد زوج ... ۱۱

۱۳ صفحه ۵۹ · تمرین — کاربرد عبارت جبری در مساحت و حجم ... ۱۲

۱۴ صفحه ۶۰ · فعالیت — تجزیه‌ی عبارت‌های جبری (۱) ۱۳

۱۵ صفحه ۶۱ · فعالیت — تجزیه‌ی عبارت‌های جبری (۲) ۱۴

۱۶ صفحه ۶۱ · کار در کلاس — تبدیل به ضرب و ساده کردن کسر جبری ... ۱۴

۱۷ صفحه ۶۲ · فعالیت — $2x$ و x^2 و $(a+b)^2$ ۱۵

۱۸ صفحه ۶۲ · کار در کلاس — توان و پرانتز ۱۶

۱۹ صفحه ۶۳ · تمرین — جمع اعداد فرد و زوج و ساده‌سازی ... ۱۶

۲۰ صفحه ۶۴ · فعالیت — پنج عدد متوالی با مجموع ۶۵ ..... ۱۷

۲۱ صفحه ۶۵ · فعالیت — حل معادله ۱۸

۲۲ صفحه ۶۵ · کار در کلاس — حل معادله‌ها ۱۸

۲۳ صفحه ۶۶ · فعالیت — معادله‌ی کسری ۱۹

۲۴ صفحه ۶۶ · کار در کلاس — معادله‌های کسری ۱۹

۲۵ صفحه ۶۷ · تمرین — معادله‌های کسری و مسئله ۱۹

۲۶ صفحه ۶۷ · تمرین — مسئله‌های معادله ۲۰

۲۷ صفحه ۶۸ · تمرین ترکیبی — ساده‌سازی و معادله ۲۱

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۵۲ فعالیت

۱ــ در سال گذشته با درس توان آشنا شدید. عبارت‌های کلامی را به صورت جبری و عبارت‌های جبری را به صورت کلامی بنویسید: هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می‌شود؛ $a^0 = 1\ (a \neq 0)$؛ یک به توان هر عدد، برابر یک می‌شود؛ صفر به توان هر عدد مثبت، برابر صفر می‌شود؛ در ضرب دو عبارت توان‌دار با پایه‌های مساوی، یک پایه را می‌نویسیم و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم؛ a^b × a^c؛ مربع یا مجذور عدد a.

عبارت کلامی	عبارت جبری
هر عدد به توان یک برابر خود عدد است	$a^1 = a$
هر عدد غیرصفر به توان صفر برابر یک است	$a^0 = 1\ (a \neq 0)$
یک به توان هر عدد، یک می‌شود	$1^n = 1$
صفر به توان هر عدد مثبت صفر می‌شود	$0^n = 0\ (n > 0)$
ضرب توان‌ها با پایه‌ی مساوی: توان‌ها جمع می‌شوند	a^b × a^c = a^(b+c)
مربع (مجذور) عدد a	$a^2 = a \times a$

۲ صفحه ۵۲ فعالیت

۲ــ الف) در عبارت جبری 2n−1 به جای n عددهای طبیعی (1, 2, 3, ...) قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید. ب) در عبارت جبری 2m+1 به جای m عددهای حسابی (0, 1, 2, 3, ...) قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید. آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟

- الف) 2n−1: 1, 3, 5, 7, 9, ...
- ب) 2m+1: 1, 3, 5, 7, 9, ...

دو الگوی عددی با هم تفاوتی ندارند؛ هر دو عددهای فرد را می‌سازند (عبارت دوم یک واحد جلوتر شروع شده است، یعنی m = n−1).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت
این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۳ صفحه ۵۲ فعالیت

۳ــ شکل‌های زیر با چوب‌کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده‌اند. شکل nام با چند چوب‌کبریت ساخته می‌شود؟ در اینجا پاسخ چهار دانش‌آموز را می‌بینید: ماهرخ: 3n+1؛ ماهنوش: 4+3(n−1)؛ ماهرو: n+n+n+1؛ مهتاب: (n+1)+(2×n). توضیح دهید هرکدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است؛ سپس مانند نمونه‌ها، شکل‌هایی رسم کنید که روش ماهنوش را مشخص کند و بین شکل‌ها و عبارت‌های جبری رابطه برقرار کنید. پاسخ‌های ماهنوش، ماهرو و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ ماهرخ یکی هستند؟ آیا شما هم روشی برای شمارش چوب‌کبریت‌ها و یافتن جمله‌ی nام دارید؟

- **ماهرخ:** هر شکل 3n چوب‌کبریت برای قسمت‌های تکراری و یک چوب‌کبریت اضافی دارد: 3n+1.
- **ماهنوش:** شکل اول ۴ چوب‌کبریت دارد و هر شکل بعدی ۳ چوب‌کبریت بیشتر از قبلی: 4+3(n−1).
- **ماهرو:** یک چوب‌کبریت اضافی و سه دسته‌ی n تایی: 1+n+n+n.
- **مهتاب:** n+1 چوب‌کبریت افقی/عمودی و 2n چوب‌کبریت مورب: (n+1)+2n.

ساده‌شده: 4+3(n−1) = 4+3n−3 = 3n+1؛ 1+n+n+n = 3n+1؛ (n+1)+2n = 3n+1. پس هر چهار پاسخ با هم برابرند. برای شکل ماهنوش، شکل اول (۴ چوب‌کبریت) را رسم می‌کنیم و در هر مرحله یک دسته‌ی ۳تایی دیگر به آن می‌افزاییم؛ در شکل nام، n−1 دسته‌ی ۳تایی افزوده شده است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۵۳ کار در کلاس

۱ــ در سال گذشته، ضرب یک عدد را در پرانتز با شکل زیر یاد گرفتید: 5(a+b) = 5a+5b. این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهید. عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید: 3(2x−1)+2(x+3)، −2(y−1)+3(1−y)، −(a−b+1)+2(2a+b−3)

۲ــ شما همچنین جمع و تفریق جمله‌های متشابه (جمله‌هایی که همه‌ی قسمت‌های حرفی آنها یکی هستند) را یاد گرفتید. جمله‌های متشابه را پیدا کنید: $3x^2y$، 7، yx^2، 2yx، −5x، 5y، −3xy، $4x^2y$

مستطیلی به طول a+b و عرض 5 را با خطی به دو مستطیل به طول‌های a و b و عرض 5 تقسیم می‌کنیم؛ مساحت کل برابر مجموع مساحت دو قسمت است: 5(a+b) = 5a+5b.

- 3(2x−1)+2(x+3) = 6x−3+2x+6 = 8x+3
- −2(y−1)+3(1−y) = −2y+2+3−3y = −5y+5
- −(a−b+1)+2(2a+b−3) = −a+b−1+4a+2b−6 = 3a+3b−7

جمله‌های متشابه: $3x^2y$، yx^2 و $4x^2y$ (قسمت حرفی x^2y)؛ و 2yx و −3xy (قسمت حرفی xy). جمله‌های 7، −5x و 5y متشابه با دیگری نیستند.

۵ صفحه ۵۳ فعالیت

۱ــ حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده‌کردن عبارت‌های توان‌دار استفاده می‌کنید؟ توضیح دهید. (نمونه: $(-3ab)(2a^2b^3) = -6a^3b^4$، چون $a \times a^2 = a^3$ و $b \times b^3 = b^4$، $2a \times 3b =$
$-6a \times 2a^2 =$، $4ab \times 3b^2 =$

۲ــ با توجه به شکل و مساوی‌بودن مساحت‌ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید: $a(b+c) =$ ... +
.... با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، ضرب‌های زیر را انجام دهید: $2a(a+b)$، $3x(2x-1)$

۳ــ با توجه به شکل و مساوی‌بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید: $(a+b)(c+d) =$
... + ... + ... + ... = $a(c+d)+b(c+d)$. برای یافتن حاصل‌ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را در هم ضرب و سپس ساده کنید: $(x-y)(x+y)$، $(x+1)(x-1)$، $(3x-2)(2x-3)$

- $2a \times 3b = 6ab$
- $-6a \times 2a^2 = -12a^3$ (ضریب‌ها در هم و $a \times a^2 = a^3$)
- $4ab \times 3b^2 = 12ab^3$ (قانون: در ضرب توان‌دارهای هم‌پایه، توان‌ها جمع می‌شوند)
- $a(b+c) = ab+ac$
- $2a(a+b) = 2a^2+2ab$
- $3x(2x-1) = 6x^2-3x$
- $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
- $(x+y)(x-y) = x^2-xy+xy-y^2 = x^2-y^2$
- $(x-1)(x+1) = x^2-1$
- $(3x-2)(2x-3) = 6x^2-9x-4x+6 = 6x^2-13x+6$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶ صفحه ۵۴ کار در کلاس

۱ــ عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$9x+7x-8x-3+11x+5 = 2a-8xy+2xy = 3ab+b^2-a^2-5ab = 4ax+a^2+ax =$

$(-4/5)(2y) = (-7)(-4x) = (3/2)(4b) = 5(-2a) =$

$(-a)(-a) = (-a)(-b) = (-1/2)a(3b) = 3a(-5x) =$

$(a+6)(a-6) = (x+2)(x+1) = 3y(2x-5y) = 2x(3a-b) =$

۲ــ عدد ۴۷ را می‌توان به صورت $7+40$ یا $7+10\times4$ نوشت؛ به همین ترتیب، عددهای 92، 75، 33 را به صورت گسترده بنویسید. عدد دورقمی ab را با نماد ab (با خط بالای آن) نمایش می‌دهیم؛ بنابراین $ab = 10a+b$.

- $4ax+a^2+ax = 5ax+a^2$
- $3ab+b^2-a^2-5ab = -2ab+b^2-a^2$
- $2a-8xy+2xy = 2a-6xy$
- $9x+7x-8x-3+11x+5 = 19x+2$
- $5(-2a) = -10a$
- $(3/2)(4b) = 6b$
- $(-7)(-4x) = 28x$
- $(-4/5)(2y) = -8y/5$
- $3a(-5x) = -15ax$
- $(-1/2)a(3b) = -3ab/2$
- $(-a)(-b) = ab$
- $(-a)(-a) = a^2$
- $2x(3a-b) = 6ax-2bx$
- $3y(2x-5y) = 6xy-15y^2$
- $(x+2)(x+1) = x^2+3x+2$
- $(a+6)(a-6) = a^2-36$

$92 = 90+2 = 9\times10+2$؛ $75 = 70+5 = 7\times10+5$؛ $33 = 30+3 = 3\times10+3$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷ صفحه ۵۵ تمرین

۱ــ عبارت جبری جمله‌ی nام هریک از الگوهای عددی زیر را بنویسید. ... ,1, 4, 9, 16, 25 و ,1, 8, 27, 64, 125 ...

۲ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید. (a+3)(a+3)، (a−b)(a−b)، (a+3)(a−3)، (a+b)(a−b)، (x+y)(x+y)، (2x−3y)(2x−3y)

۳ــ مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.

۴ــ دانش‌آموزی، عبارت‌های جبری زیر را نادرست ساده کرده است. اشتباه او را پیدا کنید. الف) a(b+c) = ab+c ب) 2x+3y−(2x−y) = 2x+3y−2x−y = 2y

۵ــ با توجه به شکل، یک تساوی جبری بنویسید.

- جمله‌ی nام الگوی اول: n^2 (مربع‌ها: $1^2, 2^2, 3^2, \ldots$)
- جمله‌ی nام الگوی دوم: n^3 (مکعب‌ها)
- $(a+3)(a+3) = a^2+6a+9$
- $(a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2$
- $(a+3)(a-3) = a^2-9$
- $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
- $(x+y)(x+y) = x^2+2xy+y^2$
- $(2x-3y)(2x-3y) = 4x^2-12xy+9y^2$

۳) مساحت مستطیل: طول × عرض؛ مثلث: ah/2 = 2/(قاعده × ارتفاع)؛ ذوزنقه: (a+b)h)/2)؛ دایره: πr^2. هر شکل را با فرمول متناظرش بنویسید.

- الف) a(b+c) باید به صورت ab+ac نوشته شود؛ دانش‌آموز a را فقط در b ضرب کرده و در c ضرب نکرده است.
- ب) علامت منفی پشت پرانتز باید در هر دو جمله ضرب شود: −(2x−y) = −2x+y؛ پس حاصل 2x+3y−2x+y = 4y است، نه 2y.

۵) مثلاً اگر مستطیل بزرگ به طول x+y و عرض x به دو مستطیل تقسیم شده باشد: $x(x+y) = x^2+xy$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۸ صفحه ۵۶ فعالیت

۱ــ ماشین عددساز عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می‌کند. ماشین عددسازِ دیگر عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می‌کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

۲ــ خروجی یک ماشین را به ورودی یک ماشین می‌بندیم و یک ماشین ترکیبی می‌سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید. به این ترتیب، می‌توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه بنویسیم: $x \rightarrow \times 7 \rightarrow +4 \rightarrow y$، $y = 7x+4$.

در ماشین ضرب، خروجی = ورودی × عدد ماشین؛ در ماشین جمع، خروجی = ورودی + عدد ماشین. اگر ورودی و خروجی معلوم باشند، عدد ماشین با تقسیم (در ضرب) یا تفریق (در جمع) پیدا می‌شود؛ مثلاً ورودی 7 و خروجی 21- در ماشین ضرب: عدد ماشین $-21 \div 7 = -3$.

در ماشین ترکیبی خروجی ماشین اول وارد ماشین دوم می‌شود؛ مثلاً ماشین $\times(-5)$ و سپس $+3$: ورودی x خروجی $-5x+3$ می‌دهد و برای $x = 6$ خروجی 27- است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۹ صفحه ۵۷ کار در کلاس

۱ــ عدد x به ماشین‌های زیر وارد، و عدد y از آنها خارج می‌شود. با توجه به کاری که این ماشین‌ها انجام می‌دهند، عددهای خروجی را بنویسید.

۲ــ با توجه به جدول‌های زیر و رابطه‌ی x و y، جاهای خالی جدول‌ها را پر کنید: $y = 3x+1$، $y = 5x$، $y = x-7$، $y = 2x-3$.

۳ــ با توجه به عددهای ورودی و خروجی در هر ردیف، کاری را که ماشین انجام می‌دهد حدس بزنید. (5→10، 7-→14-، 3→6) و (4-→1-، 11→14، 5→8)

برای هر مقدار x، مقدار y از رابطه به دست می‌آید؛ مثلاً در $y = 3x+1$: $x = 1 \Rightarrow y = 4$، $x = 2 \Rightarrow y = 7$، $x = 5 \Rightarrow y = 16$؛ در $y = 2x-3$: $x = 4 \Rightarrow y = 5$؛ در $y = x-7$: $x = 14 \Rightarrow y = 7$؛ در $y = 5x$: $x = 2 \Rightarrow y = 10$.

- ردیف اول: 5→10، 7-→14-، 3→6 ⇒ ماشین عدد را بر ۲ تقسیم می‌کند: $y = x/2$
- ردیف دوم: 4-→1-، 11→14، 5→8 ⇒ ماشین ۳ واحد کم می‌کند: $y = x-3$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۰ صفحه ۵۷ فعالیت

۱ــ به عددهای زوج زیر توجه کنید. همان‌طور که می‌بینید، هر عدد زوج را می‌توان به صورت 2×n نشان داد. 2 = 2×1، 4 = 2×2، 6 = 2×3، 8 = 2×4، 10 = 2×5

عدد زوج عددی است که بر ۲ بخش‌پذیر باشد؛ پس هر عدد زوج به صورت 2n (n عدد طبیعی) است؛ مثلاً 2 = 2×1، 4 = 2×2، 6 = 2×3. هر عدد فرد هم به صورت 2n−1 (یا 2n+1) نوشته می‌شود.

۱۱ صفحه ۵۸ فعالیت

۴ــ a، b و c را عددهای طبیعی در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید: ــ آیا عبارت 2b یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟ ــ آیا عبارت 4c یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟ چرا؟ ــ آیا عبارت 2ab یک عدد زوج را نشان می‌دهد؟ چرا؟

۵ــ آیا حاصل‌ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است؟ برای پاسخ‌دادن به این سؤال، ابتدا مانند نمونه چند مثال بزنید (8 = 2×4، ...). برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کنیم که جمله‌ی بالا درست است، دو عدد زوج را به صورت 2n و 2m در نظر می‌گیریم و حاصل‌ضرب آنها را می‌نویسیم: 2m × 2n = 2(m × 2 × n). چگونه این تساوی ثابت می‌کند که حاصل‌ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.

- 2b زوج است؛ چون ۲ برابر عدد طبیعی b است.
- 4c = 2×(2c) زوج است؛ چون ۲ برابر عدد طبیعی 2c است.
- 2ab = 2×(ab) زوج است؛ چون ۲ برابر عدد طبیعی ab است.

مثال‌ها: 8 = 2×4، 48 = 6×8، 40 = 4×10، 4 = 2×2. همه زوج‌اند.

در 2m × 2n = 2(m × 2 × n) حاصل‌ضرب به صورت ۲ برابر یک عدد طبیعی (2mn) نوشته شده است؛ هر عددی که ۲ برابر یک عدد طبیعی باشد زوج است؛ پس حاصل‌ضرب هر دو عدد زوج، زوج است.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱۲ صفحه ۵۸ کار در کلاس

۱ــ مانند سؤال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل‌ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است. الف) چند مثال بزنید. ب) به صورت جبری ثابت کنید: عدد زوج 2n =، عدد فرد 2m−1 =، حاصل‌ضرب (2n)(2m−1).

۲ــ عددهای زوج زیر را به صورت 2n (n یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید. 44، 80، 700، 10000، 2000

۳ــ در عبارت‌های 2k، 2m و 2a به جای حروف k، m و a عددهای طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا عددهای حاصل، زوج‌اند؟

۱) مثال‌ها: 6 = 2×3، 20 = 4×5، 42 = 6×7؛ همه زوج‌اند. اثبات: [(2n)(2m−1) = 2·n(2m−1)] که ۲ برابر یک عدد طبیعی است؛ پس زوج است.

- 44 = 2×22
- 80 = 2×40
- 700 = 2×350
- 10000 = 2×5000
- 2000 = 2×1000

بله؛ هر عبارتِ به شکل (عدد طبیعی)×2 زوج است؛ مثلاً 2k = 6 ⇒ k = 3، 2m = 14 ⇒ m = 7، 2a = 20 ⇒ a = 10.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۳ صفحه ۵۹ تمرین

۱ــ مساحت کل مکعب مستطیل روبه‌رو را به صورت جبری بنویسید. اگر a = 2، b = 6 و c = 3 باشند، مساحت کل چقدر می‌شود؟

۲ــ مساحت قاعده‌ی منشوری 20 و ارتفاع آن 4 است. حجم این منشور را با نوشتن رابطه‌ی جبری حجم منشورها به دست آورید.

۳ــ قاعده‌های ذوزنقه‌ای 4 و 7 سانتی‌متر و ارتفاع آن 2 سانتی‌متر است. مساحت این ذوزنقه را پس از نوشتن رابطه‌ی جبری مساحت ذوزنقه حساب کنید.

۴ــ آیا x = 2 و x = −2 پاسخ معادله‌ی $x^2 = 4$ هستند؟ چرا؟

۵ــ طول یک لوله x متر است. طول لوله‌ی دیگر، y برابر لوله‌ی اول است. طول لوله‌ی دوم را به صورت جبری بنویسید.

۶ــ یک زمین والیبال مستطیل شکل، دارای x متر عرض و 2x متر طول است. مساحت این زمین را به صورت جبری نشان دهید. اگر عرض این زمین 9 متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

۷ــ در درس علوم یاد می‌گیرید که انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در هر جسم از رابطه‌ی U = m·g·h به دست می‌آید. در صورتی که جسمی به جرم ۲۵ کیلوگرم تا ارتفاع ۴ متر بالا برود، مقدار انرژی پتانسیل آن را پیدا کنید. (شتاب زمین را ۱۰ فرض کنید.)

۸ــ با توجه به رابطه‌ی x و y، مقدار y را برای xهای مختلف پیدا کنید: $y = x^2$ (x = 1, 0, 2, −1)؛ y = x−3 (x = 1, 0, 2, −1)؛ y = −2x+1 (x = 2, −2, 0, −1).

۱

مساحت کل مکعب مستطیل: 2(ab+bc+ac)؛ برای a=2، b=6، c=3: 2×36 = 72 = 2(12+18+6).

۲

حجم منشور مساحت قاعده × ارتفاع = 4×20 = 80 =.

۳

مساحت ذوزنقه 11 = 2/(2×(4+7)) = 2/((a+b)×h) = سانتی‌متر مربع.

۴

بله، هر دو؛ چون $2^2 = 4$ و $(-2)^2 = 4$. (اگر معادله 2x = 4 باشد، فقط x = 2 پاسخ است، زیرا 4 ≠ 4− = 2×(−2).)

۵

طول لوله‌ی دوم xy = x × y متر است.

۶

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

مساحت $2x^2 = 2x \times x =$؛ برای $x = 9$: $2 \times 81 = 162$ متر مربع.

۷

$U = 25 \times 10 \times 4 = 1000$ (ژول).

۸

رابطه	x	y
$y = x^2$	1, 0, 2-, 1-	1, 4, 0, 1
$y = x-3$	1, 0, 2, 1-	4-, 1-, 3-, 2-
$y = -2x+1$	2, 2-, 0, 1-	3, 1, 5, 3-

۱۴ صفحه ۶۰ **فعالیت**

۱ــ در دوره‌ی دبستان یاد گرفتید که با تبدیل صورت و مخرج کسر به ضرب عددها، می‌توان کسر را ساده کرد. کسرهای 12/18 و 15/35 را مانند نمونه ساده کنید.

۲ــ بعضی از عبارت‌های جبری را نیز می‌توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت: $a(b+c) = ab+ac$ (خاصیت توزیع‌پذیری)؛ $ab+ac = a(b+c)$ (تجزیه کردن، تبدیل به ضرب). با توجه به تساوی بالا، عبارت‌ها را به ضرب تبدیل کنید: $5ab+8ac = a(...+...)$، x^2+xy، $5ab+3b$، $3a+ab$.

۳ــ برای تجزیه‌ی یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشترک دو یا چند جمله را پیدا می‌کنیم و بیرون پرانتز می‌نویسیم: $6a^2b^3+9a^3b^2 = 2\times3\times a\times a\times b\times b\times b + 3\times3\times a\times a\times a\times b\times b$. عامل مشترک دو جمله‌ی عبارت جبری چیست؟ با ضرب‌کردن چه عبارتی در جمله‌ی مشترک، جمله‌ی اول عبارت ساخته می‌شود؟ و جمله‌ی دوم؟ حالا تساوی $6a^2b^3+9a^3b^2 = (...+...)...$ را کامل کنید.

- $12/18 = (2\times6)/(3\times6) = 2/3$
- $15/35 = (3\times5)/(7\times5) = 3/7$
- $5ab+8ac = a(5b+8c)$
- $x^2+xy = x(x+y)$
- $5ab+3b = b(5a+3)$
- $3a+ab = a(3+b)$

عامل مشترک دو جمله $3a^2b^2$ است؛ برای ساخت جمله‌ی اول باید آن را در $2b$ و برای جمله‌ی دوم در $3a$ ضرب کرد:

$6a^2b^3+9a^3b^2 = 3a^2b^2(2b+3a)$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵ صفحه ۶۱ فعالیت

۴ــ با توجه به سؤال صفحه‌ی قبل، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید: $ab+ac$، $ab-ac$، $5ab+3abc$، $6ab+3a^2$، $4x^2y+6xy^2$، $8x^2y^3-4xy^2$

۵ــ ابتدا صورت و مخرج کسر را تجزیه و سپس آن را ساده کنید: $(ab+ac)/(ab-ac)$ $(a\neq0, b\neq c)$؛ $(a^2-ab)/(ab-b^2)$

- $ab+ac = a(b+c)$
- $ab-ac = a(b-c)$
- $5ab+3abc = ab(5+3c)$
- $6ab+3a^2 = 3a(2b+a)$
- $4x^2y+6xy^2 = 2xy(2x+3y)$
- $8x^2y^3-4xy^2 = 4xy^2(2xy-1)$
- $(ab+ac)/(ab-ac) = a(b+c)/a(b-c) = (b+c)/(b-c)$
- $(a^2-ab)/(ab-b^2) = a(a-b)/b(a-b) = a/b$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۶ صفحه ۶۱ کار در کلاس

۱ــ عبارت‌های زیر را به ضرب تبدیل کنید: $2ax-2ay$، $42xy^3-35x^2y^2$، $2x^2y-2x^2z$، $-a^2+2a^3$

۲ــ با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید $(a\neq0, b\neq0, a\neq b)$.

۳ــ آیا تساوی $-(a+b) = -b-a$ همواره برقرار است؟

۴ــ چرا مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می‌شود؟ ($2m$: یک عدد زوج، $2n$: عدد زوج دیگر، $2m+2n$: مجموع دو عدد زوج)

- $2ax-2ay = 2a(x-y)$
- $42xy^3-35x^2y^2 = 7xy^2(6y-5x)$
- $2x^2y-2x^2z = 2x^2(y-z)$
- $-a^2+2a^3 = a^2(-1+2a)$

در کسر جبری هر عامل مشترک صورت و مخرج را ساده می‌کنیم؛ مثلاً $(a^2b-ab^2)/(ab) = ab(a-b)/(ab) = a-b$.

بله؛ $-(a+b) = -a-b$ و $-b-a$ هم همان است؛ چون جمع خاصیت جابه‌جایی دارد $(a+b = b+a)$ و علامت منفی در هر دو جمله ضرب می‌شود.

$2m+2n = 2(m+n)$؛ مجموع به صورت ۲ برابر یک عدد طبیعی نوشته شده است؛ پس زوج است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۷ صفحه ۶۲ فعالیت

۱ــ تفاوت $2x$ و x^2 چیست؟ ($2x = ?$ ،$x^2 = ?$)

۲ــ مانند نمونه، طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید. $3^2 = 3\times 3$؛ $(-5)^2 = \ldots \times \ldots$؛ $a^2 = \ldots \times \ldots$؛ $(a+b)^2 = \ldots \times \ldots$

۳ــ جدول زیر را برای مقدارهای مختلف a و b کامل کنید؛ a: −1, 2, 0, 2, 1، b: −2, 4, −3, 0, 1. از مقایسه‌ی دو ردیف آخر، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ ($(a+b)^2$ و a^2+b^2)

۴ــ مانند نمونه، عبارت‌ها را ساده کنید. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2+ab+ab+b^2 = a^2+2ab+b^2$؛ $(x-y)^2$؛ $(2x+1)^2$

$2x = x+x$ یعنی دو برابر x، ولی $x^2 = x\times x$ یعنی x ضرب در خودش؛ مثلاً برای $x = 5$: $2x = 10$ و $x^2 = 25$.

- $(-5)^2 = (-5)\times(-5) = 25$
- $a^2 = a\times a$
- $(a+b)^2 = (a+b)\times(a+b)$

a	b	$(a+b)^2$	a^2+b^2
1−	2−	9	5
2	4	36	20
0	3−	9	9
2	0	4	4
1	1	4	2

نتیجه: $(a+b)^2$ با a^2+b^2 در حالت کلی مساوی نیست (فقط وقتی $ab = 0$ باشد مساوی می‌شوند)؛ در واقع $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$.

- $(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2-xy-xy+y^2 = x^2-2xy+y^2$
- $(2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1) = 4x^2+2x+2x+1 = 4x^2+4x+1$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۸ صفحه ۶۲ — کار در کلاس

۱ــ مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید. $x^3 = x\times x\times x$؛ $-x^2 = ?$؛ $(-x)^2 = ?$؛ $(a-b)^2 = ?$؛ $(a+b)^3 = ?$؛ $(x+1)^2 = ?$

۲ــ چرا $ab = ba$ است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می‌شود؟)

۳ــ عبارت $-(a+b)^2$ را ساده کنید. آیا منفی به توان ۲ می‌رسد؟ چرا؟

- $-x^2 = -(x\times x)$
- $(-x)^2 = (-x)(-x) = x^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $(x+1)^2 = x^2+2x+1$

از خاصیت **جابه‌جایی ضرب** استفاده می‌شود: $ab = ba$.

$-(a+b)^2 = -(a^2+2ab+b^2) = -a^2-2ab-b^2$. خیر؛ توان فقط به پرانتز $(a+b)$ می‌رسد و علامت منفی بعد از به توان رساندن در عبارت ضرب می‌شود.

۱۹ صفحه ۶۳ — تمرین

۱ــ آیا $a-b = -(a-b)$ است؟ چرا؟

۲ــ چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود؟

۳ــ مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟

۴ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید: $(a+3)^2$، $(2x-3y)^2$، $(x+7)(x-7)$، $a^2+b^2-(a-b)^2$

۵ــ با توجه به پیکان‌های رسم‌شده، عبارت $(x-1)(x^2+x+1)$ را ساده کنید.

۶ــ نشان دهید که تفاضل هر عدد دورقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

۷ــ اگر دو پرانتز $(a+b+c)(z+y+x)$ را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟

۱) خیر؛ $-(a-b) = -a+b = b-a$ که با $a-b$ برابر نیست (قرینه‌ی آن است)، مگر وقتی $a = b$.

۲) دو عدد فرد را $2m-1$ و $2n-1$ می‌گیریم: $(2m-1)+(2n-1) = 2m+2n-2 = 2(m+n-1)$ که ۲ برابر یک عدد طبیعی است؛ پس زوج است.

۳) فرد؛ $2m+(2n-1) = 2(m+n)-1$ که از یک عدد زوج یک واحد کمتر است.

- $(a+3)^2 = a^2+6a+9$
- $(2x-3y)^2 = 4x^2-12xy+9y^2$
- $(x+7)(x-7) = x^2-49$
- $a^2+b^2-(a-b)^2 = a^2+b^2-a^2+2ab-b^2 = 2ab$

۵) $(x-1)(x^2+x+1) = x^3+x^2+x-x^2-x-1 = x^3-1$.

۶) عدد دورقمی $ab = 10a+b$ و مقلوبش $ba = 10b+a$؛ تفاضل: $(10a+b)-(10b+a) = 9a-9b = 9(a-b)$ که مضرب ۹ است.

۷) 9 جمله؛ هر یک از ۳ جمله‌ی پرانتز اول در هر یک از ۳ جمله‌ی پرانتز دوم ضرب می‌شود ($3\times3 = 9$) و چون متغیرها همه متفاوت‌اند، جمله‌ی متشابهی برای ساده‌کردن وجود ندارد.

۲۰ صفحه ۶۴ **فعالیت**

۱ــ حاصل‌جمع پنج عدد متوالی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟ پنج دانش‌آموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده‌اند. راه‌حل هر کدام را کامل کنید و توضیح دهید. سمیه: راهبرد حدس و آزمایش؛ فریده: راهبرد رسم شکل ($10 + \ldots\times5 = 65$)؛ فهیمه: راهبرد روش‌های نمادین $(+(+2\square)+(+1\square)+\square = 65$ $(+4\square)+(+3\square))$؛ مهدیه: راهبرد تشکیل معادله $(65 = (x+4)+(x+3)+(x+2)+(x+1)+x$، $65 = 5x+10)$؛ فرشته: $65 = (x+2)+(x+1)+x+(x-1)+(x-2)$. تفاوت راه‌حل‌های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

عدد وسط 13 است؛ اعداد 11, 12, 13, 14, 15 هستند ($65 = 15+14+13+12+11$).

- **سمیه:** با حدس عدد اول (مثلاً ۳، ۷، ۹، ۱۱ ...) و محاسبه‌ی مجموع، آزمایش می‌کند تا مجموع ۶۵ شود؛ برای عدد اول ۱۱ مجموع ۶۵ می‌شود.
- **فریده:** هر عدد را با ۱ واحد اضافی نشان می‌دهد: پنج عدد برابر عدد اول هستند و مجموع اختلاف‌ها ($10 = 4+3+2+1+0$) باقی می‌ماند: $65 = 10+5\times$(عدد اول) ⇒ عدد اول 11.
- **فهیمه:** عدد اول را با □ نشان می‌دهد: $65 = 10+5\square$ ⇒ $\square = 11$.
- **مهدیه:** عدد اول را x گرفته: $5x+10 = 65$ ⇒ $x = 11$ و عدد وسط $x+2 = 13$.
- **فرشته:** عدد وسط را x گرفته: $5x = 65$ ⇒ $x = 13$ که مستقیماً عدد وسط است.

تفاوت: مهدیه عدد اول را مجهول گرفته و باید برای رسیدن به عدد وسط دو واحد اضافه کند؛ فرشته عدد وسط را مجهول گرفته است و جمله‌های $+2, +1, -1, -2$ با هم ساده می‌شوند و معادله ساده‌تر $(5x = 65$ می‌شود.

۲۱ صفحه ۶۵ فعالیت

۲ــ مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله‌ی خود را به صورت زیر حل کرد: $5x+10 = 65$، $5x+10-10 = 65-10$، $5x = 55$، $(1/5)\times 5x = (1/5)\times 55$، $x = 11$. معلم راه‌حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد: $5x+10 = 65$، $5x = 65-10$، $x = 55/5 = 11$ ⟵ $5x = 55$. توضیح دهید در این روش معنی پیکان‌ها چیست؟

۳ــ با توجه به سؤال بالا، روش حل معادله را توضیح دهید؛ سپس معادله‌های $2x-3 = x+5$، $3x-1 = x-7$ و $2(x-1) = 3(x+4)$ را به همین ترتیب حل کنید.

پیکان‌ها نشان می‌دهند که یک جمله را از یک طرف معادله به طرف دیگر می‌بریم و علامتش عوض می‌شود (10+ در طرف دیگر 10- می‌شود)؛ و ضریب x را از طرفی که ضرب شده به طرف دیگر به صورت تقسیم می‌بریم.

روش: جمله‌های شامل x را در یک طرف و عددها را در طرف دیگر جمع می‌کنیم (با عوض‌کردن علامت)، سپس هر دو طرف را بر ضریب x تقسیم می‌کنیم.

- $2x-3 = x+5 \Rightarrow 2x-x = 5+3 \Rightarrow x = 8$
- $3x-1 = x-7 \Rightarrow 3x-x = -7+1 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$
- $2(x-1) = 3(x+4) \Rightarrow 2x-2 = 3x+12 \Rightarrow 2x-3x = 12+2 \Rightarrow -x = 14 \Rightarrow x = -14$

۲۲ صفحه ۶۵ کار در کلاس

معادله‌های زیر را حل کنید. $5(x-2) = 8x+4$؛ $2x-1+5x = 4x-3$؛ $1-2x = -(x-1)+2$؛ $2(x-1) = 3(1-x)$؛ $2x-3(1-x) = 0$

- $5(x-2) = 8x+4 \Rightarrow 5x-10 = 8x+4 \Rightarrow -3x = 14 \Rightarrow x = -14/3$
- $4x-3 = 2x-1+5x \Rightarrow 4x-3 = 7x-1 \Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -2/3$
- $1-2x = -(x-1)+2 \Rightarrow 1-2x = -x+3 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$
- $2(x-1) = 3(1-x) \Rightarrow 2x-2 = 3-3x \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$
- $2x-3(1-x) = 0 \Rightarrow 2x-3+3x = 0 \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = 3/5$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۳ صفحه ۶۶ فعالیت

۱ــ معادله‌ی x/2 − 1/3 = 5/6 را دو دانش‌آموز حل کرده‌اند. راه‌حل آنها را توضیح دهید. ویژگی‌های هرکدام از روش‌ها را بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت‌وگو کنید. چرا یکتا عدد ۶ را برای ضرب‌کردن انتخاب کرده است؟

۲ــ دو دانش‌آموز کسر x/3 − (x+3)/2 را به صورت زیر در ۶ ضرب کرده‌اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اشتباه او را توضیح دهید. (6 × (x/3 − (x+3)/2) = 2x − 3x − 9) و (... = 2x − 3x + 9)

یکتا: دو طرف معادله را در ۶ ضرب کرده تا مخرج‌ها از بین بروند: 3x−2 = 5 ⇒ 3x = 7 ⇒ x = 7/3. عدد ۶ را انتخاب کرده چون کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌های ۲، ۳ و ۶ است؛ در نتیجه همه‌ی کسرها عدد صحیح می‌شوند.

یگانه: کسرها را مستقیم حل می‌کند: x/2 = 5/6 + 1/3 = 5/6 + 2/6 = 7/6 ⇒ x = 7/6 × 2 = 7/3. هر دو روش به پاسخ یکسان x = 7/3 می‌رسند.

۲) اشتباه، در دانش‌آموزی است که 6 × (−(x+3)/2) = −3(x+3) = −3x−9 را به صورت −3x+9 نوشته است؛ علامت منفی باید در هر دو جمله‌ی داخل پرانتز ضرب شود. حاصل درست −x−9 = 2x−3x−9 است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۴ صفحه ۶۶ کار در کلاس

معادله‌های زیر را حل کنید (معادله‌های دارای کسر).

در هر معادله‌ی کسری، دو طرف را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب می‌کنیم تا کسرها حذف شوند؛ سپس مانند معادله‌های عادی حل می‌کنیم. مثلاً: (x+1)/2 + (x+2)/3 = 12 را در ۶ ضرب می‌کنیم: 3(x+1) + 2(x+2) = 72 ⇒ 5x+7 = 72 ⇒ x = 13.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۵ صفحه ۶۷ تمرین

۱ــ معادله‌های زیر را حل کنید (معادله‌های کسری).

هر معادله‌ی کسری را با ضرب دو طرف در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها ساده می‌کنیم؛ سپس جمله‌های x را به یک طرف می‌بریم و بر ضریب x تقسیم می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲ــ عرض مستطیلی 5 سانتی‌متر و محیط آن 24 سانتی‌متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

۳ــ هفت برابر عددی به اضافه‌ی 4 مساوی 58 است. آن عدد چند است؟

۴ــ حاصل‌جمع سه عدد متوالی طبیعی 27 شده است. کوچک‌ترین این عددها را پیدا کنید.

۵ــ از پنج برابر عددی 3 تا کم کردیم، عدد 17 به دست آمد. آن عدد چند است؟

۶ــ اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، 42 خواهد بود. کدام یک از اندازه‌های زیر می‌تواند مقدار آن عدد باشد؟ الف) 42 ب) 14 ج) 6- د) 7- هـ) 5-

۷ــ پدری 45 سال دارد. دو فرزند او 9 و 14 ساله‌اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندانش برابر می‌شود؟

۸ــ در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام‌شده با مقدار نیرو در اندازه‌ی جابه‌جایی برابر است: W = F·d. اگر کار انجام‌شده 12 و مقدار نیرو 4 باشد، مقدار جابه‌جایی را حساب کنید.

۹ــ با توجه به شکل، معادله تشکیل دهید و مقدار مجهول را بیابید. (x+4 و 2x-3؛ 2y-10° و 3y-70°)

---

۲) محیط (طول + عرض)2 =: l = 7 ⇒ l+5 = 12 ⇒ 2(l+5) = 24 سانتی‌متر.

۳) 7x+4 = 58 ⇒ 7x = 54 ⇒ x = 54/7.

۴) اعداد x, x+1, x+2؛ 3x+3 = 27 ⇒ x = 8؛ کوچک‌ترین عدد 8 است (۸، ۹، ۱۰).

۵) 5x-3 = 17 ⇒ 5x = 20 ⇒ x = 4.

۶) $x^2+x = 42$؛ فقط x = -7 جواب می‌دهد: $(-7)^2+(-7) = 49-7 = 42$. گزینه‌ی (د). (بررسی بقیه: 30 ⇒ 6-، 5- ⇒ 20، 210 ⇒ 14، 1806 ⇒ 42 پس درست نیستند.)

۷) پس از t سال: 45+t = (9+t)+(14+t) = 23+2t ⇒ t = 22 سال.

۸) 12 = 4×d ⇒ d = 3.

۹) ضلع‌های روبه‌روی متوازی‌الاضلاع برابرند: x+4 = 2x-3 ⇒ x = 7 و زاویه‌های روبه‌رو برابرند: 2y-10° = 3y-70° ⇒ y = 60°.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۲۷ صفحه ۶۸ **تمرین ترکیبی**

۱ــ عبارت جبری $(a+b)^2-(a-b)^2$ را ساده کنید. مقدار عددی عبارت حاصل را به ازای $a = 2$ و $b = -2$ به دست آورید.

۲ــ معادله‌های زیر را حل کنید: $2x-1 = 3(x-1)$؛ $(x-1)/2 + (x-1)/3 = 1/6$

$(a+b)^2-(a-b)^2 = (a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2) = 4ab$؛ برای $a = 2$ و $b = -2$: $4\times2\times(-2) = -16$.

- $(x-1)/2 + (x-1)/3 = 1/6$: دو طرف را در ۶ ضرب می‌کنیم: $3(x-1)+2(x-1) = 1 \Rightarrow 5(x-1) = 1 \Rightarrow x-1 = 1/5 \Rightarrow x = 6/5$
- $2x-1 = 3(x-1) \Rightarrow 2x-1 = 3x-3 \Rightarrow x = 2$

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت